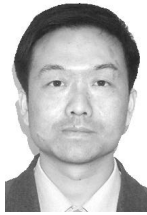


一种人脸图象自动识别方法及实验

徐 勇, 陆建峰, 杨静宇

(南京理工大学计算机系, 南京 210094)



摘 要: 为了很好解决小样本情况下线性鉴别矢量的求解问题, 定义了 Fisher 极小准则函数与广义 Fisher 极小准则函数, 并从理论上说明了二者的等价性。基于广义 Fisher 极小准则函数, 推导出一个新的广义特征方程。具有最多鉴别信息的鉴别矢量可通过求解新方程得到。人脸图象的识别结果表明, 本文方法具有较优性能。

关键词: Fisher 准则; 线性鉴别矢量; 图象处理; 人脸识别

文章编号: 1004-731X (2004) 01-0014-03 中图分类号: TP391 文献标识码: A

A Novel Method on Face Recognition

XU Yong, LU Jian-feng, YANG Jing-Yu

(Department of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract Fisher minimum criterion and generalized Fisher minimum criterion are defined. In fact, the two criteria are equivalent. Based on the generalized Fisher minimal criterion, a novel eigen equation is proposed. Linear discriminant vectors with most discriminant information can be obtained through the novel eigen equation. Experiment on a face database shows that the method used in this paper is excellent.

Keywords Fisher criterion; linear discriminant vectors; image processing; face recognition

引 言

在图象识别中, 经常基于 Fisher 准则抽取图象特征。通常的途径是求解广义特征方程 $S_b X = I S_w X$ 得到线性鉴别矢量集^[1]。在类内散布矩阵正定的情况下, 上述广义特征方程的特征向量不难求得。而人脸图象识别问题经常是小样本识别问题^[2], 一般情况下, 类内散布矩阵是非正定的, 因而不能直接求得上述方程的广义特征向量。为了抽取人脸图象的 Fisher 线性鉴别矢量, 研究者相继提出了很多方法, 例如特征脸方法^[3], 以及降低原始图象矩阵维数使得类内散布矩阵正定^[5]。本文提出了一种新的基于广义 Fisher 极小准则的图象特征抽取方法, 提取出图象具有最大可分性的鉴别矢量, 并将其用于人脸识别, 实验表明, 该方法识别结果较好。

文章后续内容安排如下, 第 2 节为本文有关理论知识介绍及公式推导, 第 3 节内容为算法设计, 第 4 节给出 NUST603 人脸库上的实验结果, 第 5 节为本文总结。

1 相关理论

传统 Fisher 准则函数定义为:

$$f(z) = \frac{z^T S_b z}{z^T S_w z}$$

其中 $S_b \in R^{n \times n}$, $S_w \in R^{n \times n}$ 分别为类间散布矩阵、类内散

布矩阵。总体散布矩阵 $S_t = S_b + S_w$ 。将 $f(z)$ 极大值对应的 z 作为最优鉴别矢量。本文定义如下 Fisher 极小准则函数

定义 1 $\forall z \in R^n$, 定义 Fisher 极小准则函数为

$$f_m(z) = \frac{z^T S_w z}{z^T S_b z}$$

从 Fisher 线性鉴别的意义分析, $f_m(z)$ 值越小, 将模式投影到 z 方向后模式可分性越好, 因此, 将 $f_m(z)$ 极小值对应的 z 作为最优鉴别矢量。为了在小样本情况下, 基于 Fisher 极小准则函数求解最优鉴别矢量, 下文进行进一步理论分析。

定理 1 $\forall x$, 函数 $r(x) \geq 0, s(x) > 0$,

$$y_1(x) = \frac{r(x)}{s(x)}, y_2(x) = \frac{r(x)}{r(x) + s(x)}, \text{ 若存在 } x_0, \text{ 使得}$$

$$y_1(x_0) = \min y_1(x), \text{ 则 } y_2(x_0) = \min y_2(x)$$

证明:

显然, $y_1(x) \geq 0, y_2(x) \geq 0$

$$y_2(x) = \frac{\frac{r(x)}{s(x)}}{1 + \frac{r(x)}{s(x)}} = \frac{y_1(x)}{1 + y_1(x)} = 1 - \frac{1}{1 + y_1(x)}$$

$$\text{令 } y_3(x) = \frac{1}{1 + y_1(x)}$$

由 $y_1(x_0) = \min y_1(x)$, 可知 $y_3(x_0) = \max y_3(x)$, 故 $y_2(x_0) = \min y_2(x)$ 。由于有意义的鉴别矢量应满足 $z^T S_b z > 0$, 故以下讨论中默认 $z^T S_b z > 0$ 成立, 并称满足该条件的鉴别矢量为“有效鉴别矢量”。

定义 2 $\forall z \in R^n$, 定义广义 Fisher 极小准则函数为

$$F_m(z) = \frac{z^T S_w z}{z^T S_t z}$$

收稿日期: 2002-12-20 修回日期: 2003-06-28

基金项目: 国家自然科学基金资助(60072034)

作者简介: 徐 勇(1972-), 男, 籍贯四川人, 讲师, 博士生, 研究方向为模式识别、图象处理; 陆建峰(1969-), 男, 江苏人, 副教授, 博士, 研究方向为模式识别、计算机视觉、图象处理; 杨静宇(1941-), 男, 河北人, 教授, 博导, 研究方向为计算机视觉、信息融合、模式识别、智能机器人。

定理 2 若 z 为“有效鉴别矢量”, 则 Fisher 极小准则函数 $f_m(z)$ 与 $F_m(z)$ 等价证明:

$$\text{令 } r(z) = z^T S_w z, s(z) = z^T S_b z$$

$$\text{则 } f_m(z) = \frac{r(z)}{s(z)}, F_m(z) = \frac{r(z)}{r(z) + s(z)}$$

由假设条件, 有 $s(z) > 0$, 由 S_w 的非负定性, 可知 $r(z) \geq 0$

据定理 1, $f_m(z)$ 与 $F_m(z)$ 必同时取得极小值, 故称 Fisher 极小准则函数与广义 Fisher 极小准则函数等价。

定理 2 说明, 求解具有最优分类性能的鉴别矢量时, 可选择 Fisher 极小准则函数与广义 Fisher 极小准则函数之一作为准则, 分别使用这两个不同准则, 可得到相同的求解结果! 在后面的分析中, 我们均采用形同定义 2 形式的广义 Fisher 极小准则函数。

定理 3^[1] $F_m(z)$ 的极值问题可转化为如下广义特征问题

$$S_w z = I S_b z$$

引理 1^[2] 矩阵 A 非负定, X 为 n 维矢量, $X^T A X = 0$ 当且仅当 $A X = 0$

定义 3 若 b_1, b_2, \dots, b_m 为 S_i 的非零特征值对应的标准正交特征向量, b_{m+1}, \dots, b_n 为 S_i 的零特征值对应的标准正交特征向量, 定义

$$\mathfrak{R}_m = \text{span} \{b_1, \dots, b_m\}, \mathfrak{R}_m^\perp = \text{span} \{b_{m+1}, \dots, b_n\}$$

显然, \mathfrak{R}_m^\perp 为 \mathfrak{R}_m 的正交补空间。不仅如此, 引理 1 还表明, \mathfrak{R}_m^\perp 为 S_i 的零空间

定理 4 S_i 非负定时, “有效鉴别矢量”一定位于 \mathfrak{R}_m , 即若 z 为“有效鉴别矢量”, 则必有 $z \in \mathfrak{R}_m$

证明:

假设 z 为“有效鉴别矢量”, 则 $z^T S_b z > 0$

以下采用反证法进行推理

若 $z \in \mathfrak{R}_m^\perp$

则 $z^T S_b z = 0$

由于 $\forall z, z^T S_b z = z^T S_b z + z^T S_w z$

而 S_b, S_w 非负定, 一定满足 $z^T S_b z \geq 0, z^T S_w z \geq 0$

从而, 必有

$$z^T S_b z = 0, z^T S_w z = 0 \quad [6]$$

这与 z 为“有效鉴别矢量”矛盾。故 z 必不属于 \mathfrak{R}_m^\perp , 而属于 \mathfrak{R}_m

定理 4 说明, 只需在 m 维空间 \mathfrak{R}_m 中就可求得所有“有效鉴别矢量”。定义变换矩阵 $S = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]$, $\hat{S}_w = S^T S_w S, \hat{S}_b = S^T S_b S, \hat{S}_i = S^T S_i S$; $\hat{S}_b, \hat{S}_w, \hat{S}_i \in R^{\max}$ 。显然, \hat{S}_i 可逆, 故 \hat{S}_i 正定。

定理 5^[6] 设 x_1, x_2, \dots, x_m 为 $\min \frac{x^T \hat{S}_w x}{x^T \hat{S}_b x}$ 的最优解,

则 $S x_1, S x_2, \dots, S x_m$ 为 $\min \frac{z^T S_w z}{z^T S_b z}$ 最优解。

定理 5 说明, $S x_1, S x_2, \dots, S x_m$ 即是我们要寻求最优鉴别矢量集。根据定理 3, 原来的问题形式 $S_w z = I S_b z$ 可转化为容易求解的一般广义特征问题 $\hat{S}_w x = I \hat{S}_b x, x \in R^m$ 。

定理 6 方程 $\hat{S}_w x = I \hat{S}_b x$ 特征值满足 $0 \leq I \leq 1$, 零特征值对应特征向量具有最多鉴别信息证明: 下式显然成立,

$$I = \frac{x^T \hat{S}_w x}{x^T \hat{S}_b x} = \frac{(Sx)^T S_w (Sx)}{(Sx)^T S_b (Sx) + (Sx)^T S_w (Sx)}$$

S_w 非负定, 一定满足 $x^T \hat{S}_w x = (Sx)^T S_w (Sx) \geq 0$

由于 \hat{S}_b 正定, 所以 $x^T \hat{S}_b x > 0$

同时 $x^T \hat{S}_w x \leq x^T \hat{S}_b x + x^T \hat{S}_w x$, 故 $0 \leq I \leq 1$ 。

据定理 2, I 较小时, $\frac{x^T \hat{S}_w x}{x^T \hat{S}_b x} = \frac{(Sx)^T S_w (Sx)}{(Sx)^T S_b (Sx)}$ 亦较小, 即 x

具有较优的分类性能。故具有较多鉴别信息的是较小特征值对应的特征向量。 $I=0$ 对应 $\frac{x^T \hat{S}_w x}{x^T \hat{S}_b x} = 0$, 换一个角度

分析, 即投影空间中的类间距离与类内距离之比值达到最大化! 由此说明, 零特征值对应特征向量对应最多的鉴别信息!

2 算法设计

基于上文的理论分析, 在人脸图象的特征抽取中, 求得方程 $\hat{S}_w x = I \hat{S}_b x$ 中零特征值对应特征向量后, 结合变换

矩阵 S , 组成最优鉴别矢量集, 然后基于最优鉴别矢量集作特征抽取, 在抽取的特征上进行识别。特征抽取具体算法如下:

首先, 计算 S_i 的特征向量, 为了减小计算量, 采用文献 [1] 的方法。由 S_i 非零特征值对应的特征向量组成变换矩阵 S , 计算 $\hat{S}_w, \hat{S}_b, \hat{S}_i$, 求解方程 $\hat{S}_w x = I \hat{S}_b x$ 的共轭正交特征向量 [5], 得出其零特征值对应特征向量 x_1, x_2, \dots, x_c , 则最优鉴别矢量为 $S x_1, S x_2, \dots, S x_c$ 。令 $W = [S x_1 \ S x_2 \ \dots \ S x_c]$, 对待识模式 X 作变换 $Y = W^T X$, 在变换后的空间中采用最小距离分类器进行识别。

3 实验结果

实验在 NUST603 人脸数据库上进行。其中包含 96 人, 每人 10 幅图象。图象背景较为复杂, 且光照条件变化较大。图象中人的脸部表情和姿态也有着一定程度的变化。每幅图象的分辨率均为 256×256 。实验前对图象进行一定的预处理 [5]。图 1 为进行预处理后的个别图象样本。分别将每类前 3, 4, 5 个样本作训练样本, 其余样本作测试样本。



图 1 NUST603 人脸数据库预处理后的 10 幅图象

表 1 每类前 3 个样本作训练样本对比实验结果

方法	特征脸方法 *	文献[6]方法	本文方法
错误率(%)	18.75	18.90	2.53

表 2 每类前 4 个样本作训练样本对比实验结果

方法	特征脸方法 *	文献[6]方法	本文方法
错误率(%)	11.63	11.28	1.56

表 3 每类前 5 个样本作训练样本对比实验结果

方法	特征脸方法 *	文献[6]方法	本文方法
错误率(%)	6.88	6.67	1.25

说明：表 1、表 2、表 3 中的 * 标明所给结果为特征脸方法的最好结果。

从表 1、表 2、表 3 看到，随着训练样本数的增加，三种方法的识别错误率都明显下降。这说明，随着训练样本数的增加，对类内散步矩阵、总体散布矩阵的估计更准确，因此，识别准确率得以提高。训练样本数分别为 3、4、5 时，特征脸方法与文献[6]方法识别效果相当，而本文方法大大优于特征脸方法与文献[6]方法，在训练样本数为 5 时，更是达到了 98.8% 的识别正确率。这说明本文方法性能较优。这其中的原因可能是，特征脸方法实际上是一种将总体散布矩阵的较大特征值对应特征向量作为鉴别矢量的方法，而特征值较大并不一定相应特征向量就具有较优鉴别性能^[3]；而文献[6]中使用的“正交特征向量”从理论上劣于共轭正交特征向量的性质^[7-8]。

(上接第 9 页)

参考文献：

[1] Sevilla J, Pulido C. Virtual industrial sensors through neural networks: Demonstration examples in nuclear power plants[C]. IEEE Conf. of Instrumentation and Measurement Technology, St. Paul, MN, USA. 1998, 293-297.

[2] Deignan Paul B Jr, Meckl Peter H. Using mutual information to preprocess input data for a virtual sensor[C]. Proc. of the American Control Conference, Chicago, Illinois, 2000, 2927-2931.

[3] Ertugrul N, Acamlny P. A new algorithm for sensorless operation of permanent magnet motors[J]. IEEE Trans. on Industry Applications.

(上接第 13 页)

比较图 4 和图 5 的结果看出，在两种风强度一样的情况下，改进后的紊流风速在个别点上的强度要明显大于 Dryden 紊流风。这里所说的个别点加强的意思是峰值加强，即相同的紊流强度下改进后的模型风速峰值大于 Dryden 紊流风速峰值。这恰恰是 Dryden 模型和真实的大气紊流之间的差别。另外，前面功率谱的计算结果也显示了改进后的紊流风模型较 Dryden 模型更接近于 Von Karman 紊流的频谱分布。除此以外，对比两种紊流风模型在地轴系其它两个方向的投影也可得出同样的结论。因此，这表明了改进的紊流模型的合理性。

参考文献：

4 结论

理论分析表明，Fisher 极小准则函数与广义 Fisher 极小准则函数等价，本文基于广义 Fisher 极小准则函数，得出一个广义特征方程，并详细给出了该方程的求解步骤。将所求得的具有最多鉴别信息的鉴别矢量用于人脸图象的识别。理论上分析，本文提出的鉴别矢量对应最大的模式可分性，且求解方法较优。实验结果证实了本文方法的性能。

参考文献：

[1] 边肇祺, 张学工. 等. 模式识别[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.

[2] Liu K, Cheng Y Q, Yang J Y. A generalized optimal set of discriminant vectors[J]. Pattern Recognition, 1992, 25(7): 731-739.

[3] Belhumeur Peter N, et al. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection[J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 1997, 19(7): 711-720.

[4] Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition[J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71-86.

[5] Jin Z, Yang J Y, Hu Z S, et al. Face recognition based on the uncorrelated discriminant transformation[J]. Pattern Recognition, 2001, 34: 1405-1416.

[6] 杨健, 涂庆华, 杨静宇. 快速 Foley-Sammon 鉴别变换及脸像鉴别[J]. 中国图象图形学报(A), 2002, 7: 1-5.

[7] Yang J, Yang J y. An optimal K-L transform method for feature extraction[A]. SPIE Proc. Image Extraction, Segmentation, and Recognition[C]. October, 2001, 4550: 239-244.

[8] Yang J, Yang J y. What's wrong with the Fisher criterion[J]. Pattern Recognition, 2002, 35: 2665-2665.

1994, 30(1): 126-133.

[4] 常玉清, 王福利. 基于模糊规则分类的分布式 RBF 网络软测量模型[J]. 计量学报, 2000, 23(2): 131-133.

[5] Hianchini M, et al. Learning without local minima in radial basis function networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks. 1995, 6(3): 749-756.

[6] Whitehead BA. Cooperative-competitive genetic evolution of radial basis function centers and widths for time series prediction[J]. IEEE Trans on Neural Networks. 1996, 7(4): 869-880.

[7] Lu Y W, Sundararajan N, Saratchandran P. Performance evaluation of sequential minimal radial basis function(RBF) neural network learning algorithm[J]. IEEE Trans on Neural Networks. 1998, 9(5): 308-31.

[1] 肖业伦, 金长江. 大气扰动中的飞行原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.

[2] 赵震炎, 肖业伦, 施毅坚. Dryden 大气紊流模型的数字仿真技术[J]. 航空学报, 1986-10, 7(5): 433-443.

[3] Malcolm J. Abzug. Computational Flight Dynamics[M]. AIAA Education Series, 1998.

[4] 鲁道夫·布鲁克豪斯. 飞行控制[M]. 金长江译. 北京: 国防工业出版社, 1999.

[5] 马东立. 大气紊流数字仿真的改进方法[J]. 北京航空航天大学学报, 1990, (3): 57-63.